

I Особине реалне функције

1. Одреди домен функције: 1) $y = \frac{5x-1}{3x^2-5x-2}$ 2) $y = \frac{x^2-7}{36-x^2}$ 3) $y = \frac{3+x^2}{x^3-25x}$

2. Одреди домен, нуле, знак и парност функције: 1) $y = x^3 - 36x$ 2) $y = \frac{x^2-4}{4x}$ 3) $y = \frac{x^2-4}{9-x^2}$

3. Одреди домен функције: 1) $y = \sqrt{4x-4+3x^2} + \log_5\left(\frac{16-x^2}{x+1}\right)$ 2) $y = \frac{\sqrt{5-x^2}}{\log_2(x^2-1)}$ 3) $y = \arcsin\left(\frac{1-x}{2-x}\right)$

4. Одреди домен функције: 1) $y = \log_3\left(\frac{3-x}{x^2-1}\right) + \sqrt{2+5x-3x^2}$ 2) $y = \frac{\sqrt{x^2-2}}{\log_5(4-x^2)}$ 3) $y = \arccos\left(\frac{1+x}{2+x}\right)$

5. Одреди домен, нуле, знак и парност функције: 1) $y = \frac{\sqrt{x^2-36}}{25-x^2}$ 2) $y = \frac{x^3-9x}{\sqrt{4-x^2}}$ 3) $y = \sqrt{\frac{1-x^2}{x^2-25}}$

6. Одреди домен, нуле, знак и парност функције: 1) $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{25-x^2}$ 2) $y = \frac{x^3-16x}{\sqrt{x^2-9}}$ 3) $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

7. Одреди домен, нуле, знак, парност и асимптоте функције:

1) $y = \frac{3-x}{x-5}$ 2) $y = \frac{9-x^2}{3 \cdot x}$ 3) $y = \frac{4-x^2}{4+x^2}$ 4) $y = \frac{x^2-4x-12}{3-x}$ 5) $y = \frac{x^3-9x}{x^2+1}$

8. Одреди домен, нуле, знак, парност, асимптоте функције и графички представи :

1) $y = \frac{3x+3}{x-3}$ 2) $y = \frac{x^2-25}{5 \cdot x}$ 3) $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ 4) $y = \frac{x^2-3x}{4-x}$ 5) $y = \frac{4-x^2}{x^2-9}$

II Извод функције

1. Одреди први извод функције: 1) $y = \frac{-x^2+8x-16}{5-x}$ 2) $y = (x^2-10x) \cdot \sqrt{x}$ 3) $y = e^{3x^2-2x+5}$

4) $y = \frac{x^2-4x+4}{3-x}$ 5) $y = \frac{(x^2-15x)}{\sqrt{x}}$ 6) $y = \frac{e^x}{\sin x}$ 7) $y = \operatorname{tg}(2x+3)$ 8) $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$

9) $y = x^2 \cdot e^x$ 10) $y = e^x \cdot \cos x$ 11) $y = e^{\sin(4x^2+5x-3)}$ 12) $y = \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x$

2. Испитај монотоност и конвексност функције: 1) $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ 2) $y = x^3 + 3x^2 - 24x$

3. Испитај монотоност и конвексност функције: 1) $y = \frac{5x+5}{x-1}$ 2) $y = \frac{6x-6}{x+3}$ 3) $y = \frac{x^2-3x}{4-x}$ 4) $y = \frac{2x}{1+x^2}$

4. Испитај монотоност и конвексност функције: 1) $y = x^2 - 2 \ln x$; 2) $y = 2 \ln x - x^2$; 3) $y = (3x-9) \cdot e^x$

5. Испитај монотоност и конвексност функције: 1) $y = \ln(\sqrt{9-x^2})$; 2) $y = \ln(\sqrt{x^2+1})$; 3) $y = (4-2x) \cdot e^x$

6. Испитај особине и нацртај график функције: 1) $y = 2x^3 + 6x^2$ 2) $y = x^3 - 6x^2$ 3) $y = \frac{-x^2+x+2}{x-3}$

4) $y = \frac{x^2-5x+4}{x-5}$ 5) $y = \frac{x^2-3x}{4-x}$ 6) $y = \frac{4-x^2}{x^2-9}$ 7) $y = \frac{x^3-1}{x^2}$ 5) $y = \frac{x^3}{3-x^2}$ 6) $y = \ln(4-x^2)$

7. Одреди једначину тангенте графика функције: **1)** $y = x^2 - 2$ у тачки пресека са x – осом;
2) $y = -x^2 - 1$ у тачки $x = 2$; **3)** $y = 4x - x^2$ у тачки пресека са x – осом;
4) $y = -x^2 - 2$ која је паралелна правој $y = 4x + 1$; **5)** $y = x^2$ која је нормална на праву $2x - 6y + 5 = 0$.

III Интеграл

1. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int \frac{4x^3 - 3x^2 + 2x - 4}{x^3} dx$ **2)** $\int \frac{9x^2 - 25}{6x - 10} dx$ **3)** $\int \sqrt{x} \cdot (3 + \sqrt{x}) dx$
2. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int \frac{5x^4 - 3x^3 + 2x - 1}{x^2} dx$ **2)** $\int \frac{36 - 25x^2}{18 + 15x} dx$ **3)** $\int \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 6) dx$
3. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int e^{-2x} \cdot \left(\frac{e^{2x}}{\cos^2 x} + e^{3x} - \frac{e^{2x}}{4 + 4x^2} \right) dx$ **2)** $\int \frac{1}{2^x} \cdot \left(\frac{2^x}{\sin^2 x} + 6^x + \frac{2^x}{\sqrt{25 - 25x^2}} \right) dx$
4. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int 3^x \cdot \left(\frac{3^{-x}}{\sin^2 x} - \frac{5^x}{3^x} + \frac{1}{3^x \sqrt{4 - 4x^2}} \right) dx$ **2)** $\int e^{-3x} \cdot \left(\frac{e^{3x}}{9 + 9x^2} - e^{4x} + \frac{e^{3x}}{\cos^2 x} \right) dx$
5. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int \frac{2x + 3}{x^2 + 3x - 4} dx$ **2)** $\int \frac{1}{(4x - 3)^3} dx$ **3)** $\int \cos(5x - 3) dx$
4) $\int (3x^2 - 1) \cdot e^{x^3 - x} dx$ **5)** $\int (2x - 3) \cdot \sqrt{x^2 - 3x} dx$ **6)** $\int (3x^2 + 2) \cdot \sqrt{x^3 + 2x} dx$
6. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int \frac{2x - 8}{x^2 - 8x - 9} dx$ **2)** $\int \frac{1}{(2x + 5)^4} dx$ **3)** $\int \sin(4x - 3) dx$ **4)** $\int (4x^3 + 1) \cdot e^{x^4 + x} dx$
7. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int \frac{x^2 + 7x + 2}{x + 7} dx$ **2)** $\int \frac{3x + 5}{x^2 + 25} dx$ **3)** $\int \frac{8x + 5}{\sqrt{25 - x^2}} dx$ **4)** $\int \frac{6x}{x^2 + 2x - 8} dx$
8. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int \frac{x^2 - 5x + 3}{x - 5} dx$ **2)** $\int \frac{3x + 4}{x^2 + 36} dx$ **3)** $\int \frac{4x + 3}{\sqrt{4 - x^2}} dx$ **4)** $\int \frac{3x}{x^2 - 2x - 8} dx$
9. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int_{-2}^2 \frac{x^2 + 9x}{x + 9} dx$ **2)** $\int_0^3 \frac{4x^3 + 2x^2 - x}{2x} dx$ **3)** $\int_{-\pi}^{\pi} \cos 3x dx$
10. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int_{-1}^3 (x^2 - 4x) dx$ **2)** $\int_{-2}^2 \frac{4x^3 + 2x^2 - x}{2x^2} dx$ **3)** $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(2x + 1) dx$
11. Одреди вредност интеграла: **1)** $\int x \cdot \cos x dx$ **2)** $\int x^2 \cdot \ln x dx$ **3)** $\int x \cdot e^x dx$ **4)** $\int x^2 \cdot e^x dx$
12. Одреди површину фигуре ограничене кривом $y = 4x - x^2$ и
1) x – осом, **2)** правом $y + x - 4 = 0$, **3)** кривом $y = x^2 - 4x + 6$.
13. Одреди површину фигуре ограничене кривом $y = x^2 + 2$ и
1) правама $x = -1$ и $x = 2$, **2)** правом $y - x - 4 = 0$.
14. Одреди површину фигуре ограничене кривом $y = 9 - x^2$ и
1) правама $x = -2$ и $x = 1$, **2)** правом $y - x - 3 = 0$.
15. Одреди површину фигуре ограничене кривом $y^2 = x$ и правом $4y - x - 3 = 0$.
16. Одреди површину фигуре ограничене кривом $y^2 = 9x$ и правом $4y - 3x - 9 = 0$.
17. Одреди површину фигуре ограничене кривом $y^2 = 9x$ и правом $5y - 3x - 12 = 0$.
18. Фигура ограничена параболама $y^2 = x$ и $y = -x^2 + 2x + 4$ обрће се око x – осе. Одреди запремину тако

насталог тела.

19. Одреди запремину тела које настаје обртањем око x – осе фигуре ограничене параболом $y = 2x - x^2$ и x – осом.

20. Одреди запремину тела које настаје обртањем око x – осе фигуре ограничене параболома $y = x^2$ и $y^2 = 8x$.

IV Комбинаторика

1. Дати бином запиши у развијеном облику: **1)** $(3x + 2)^4$; **2)** $(2x + 3)^7$; **3)** $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^5$.

2. Одреди пети члан у развијеном облику бинома: **1)** $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^{10}$; **2)** $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$.

3. Применом биномне формуле одреди вредност $(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^4$.

4. Одреди члан у развијеном облику бинома $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{15}$ који: **1)** садржи x^5 ; **2)** не садржи x .

5. Одреди члан у развијеном облику бинома $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$ који: **1)** садржи x^9 ; **2)** не садржи x .

6. Одреди: **1)** 4. члан, **2)** члан уз x^3 , у развијеном облику бинома $\left(x + \frac{1}{x}\right)^7$.

7. Одреди: **1)** 7. члан, **2)** члан без x , у развијеном облику бинома $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$, ако се биномни коефицијенти четвртог и шестог члана односе као 5 : 18.

8. Одреди: **1)** члан уз x^6 , **2)** члан без x , у развијеном облику бинома $\left(x^4 + \frac{1}{x^2}\right)^n$, ако се биномни коефицијенти петог и трећег члана односе као 7 : 2.

9. Одреди: **1)** члан уз x^{-6} , **2)** члан без x , у развијеном облику бинома $\left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^n$, ако се биномни коефицијенти четвртог и шестог члана односе као 5 : 18.

10. Одреди на колико начина се може распоредити прва, друга и трећа награда на такмичењу 10 школа.

11. Одреди на колико начина 2 особе могу одговорити са ДА, НЕ и ОДУСТАЈЕМ и запиши све могућности.

12. Одреди колико трочланих подскупова има скуп $\{a, b, c, d, e\}$ и запиши их.

13. Одреди на колико начина се може распоредити златна, сребрна и бронзана медаља на такмичењу 12 екипа.

14. Одреди на колико начина 3 особе могу одговорити са ДА и НЕ и запиши све могућности.

15. Одреди колико трочланих подскупова има скуп $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ и запиши их.

16. Одреди колико има петоцифрених бројева са различитим цифрама скупа $\{0, 2, 3, 5, 6\}$, тако да:

1) су дељиви са 2 и већи од 30 000; **2)** су дељиви са 25 и мањи од 50 000; **3)** нису дељиви са 4.

17. Одреди колико има четвороцифрених бројева са различитим цифрама скупа $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, тако да:

1) су непарни; **2)** нису дељиви са 9, а већи су од 4 000.

18. Одреди колико има петоцифрених бројева са различитим цифрама скупа $\{0, 1, 2, 3, 5\}$, тако да:

1) су дељиви са 5 и већи од 20 000; **2)** су дељиви са 4 и мањи од 30 000; **3)** нису дељиви са 25.

19. Одреди колико има четвороцифрених бројева са различитим цифрама скупа $\{0, 2, 3, 5, 6, 7\}$, тако да:

1) су парни; **2)** нису дељиви са 3, а мањи су од 5 000.

20. Одреди на колико начина је могуће формирати од 8 момака и 6 девојака екипу од 4 члана, ако у екипи:

1) је бар једна девојка; **2)** је 1 момак у сваком избору, а 2 девојке ван сваког избора.

21. Одреди на колико начина је могуће формирати од 6 момака и 8 девојака екипу од 4 члана, ако у екипи:

1) су бар два момка; **2)** је 1 девојка у сваком избору, а 2 момка ван сваког избора.